

Leçon 5.2 – Exemples Oscillateur 1D Forcé Général

ME-332 – Mécanique Vibratoire

Prof. Guillermo Villanueva

- Excitation harmonique (via Laplace)

EPFL Exemple 5.1: Excitation harmonique (cf. 6.6.1)

Transformée de Laplace de l'excitation harmonique

$$F(s) = \mathcal{L}(F \cos \omega t) = F \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

Fonction de transfert (admittance opérationnelle)

$$Y(s) = \frac{1}{m} \frac{1}{s^2 + 2 \lambda s + \omega_0^2}$$

Transformée de Laplace de la réponse du système
(conditions initiales nulles $X_0 = 0$, $V_0 = 0$)

$$\begin{aligned} X(s) &= Y(s) F(s) \\ &= \frac{F}{m} \frac{s}{(s^2 + \omega^2)(s^2 + 2 \lambda s + \omega_0^2)} \end{aligned} \quad (6.53)$$

EPFL Example 5.1: Excitation harmonique (cf. 6.6.1)

$$\begin{aligned} X(s) &= Y(s) F(s) \\ &= \frac{F}{m} \frac{s}{(s^2 + \omega^2)(s^2 + 2\lambda s + \omega_0^2)} \end{aligned} \quad (6.53)$$

EPFL Example 5.1: Excitation harmonique (cf. 6.6.1)

Réponse temporelle du système (conditions initiales nulles $X_0 = 0$, $V_0 = 0$)

$$x(t) = X \left(\cos(\omega t - \varphi) - \xi e^{-\lambda t} \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \right) \quad (6.54)$$

avec

$$\xi = \mu \sqrt{(1 - \beta^2)^2 + \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} (1 + \beta^2)^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\lambda}{\omega_1} \frac{1 + \beta^2}{1 - \beta^2} \quad (6.55)$$

$$X = \mu \frac{F}{k} \quad \mu = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + 4 \eta^2 \beta^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2 \eta \beta}{1 - \beta^2}$$

$$\eta = \frac{\lambda}{\omega_0} \quad \beta = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \omega_1^2 = \omega_0^2 (1 - \eta^2)$$

EPFL Example 5.1: Excitation harmonique (cf. 6.6.1)

Données numériques

$$f = 5 \text{ Hz} \quad f_0 = 17 \text{ Hz} \quad \eta = 0,05$$

$$\mu \frac{F}{k} = X = 1$$

Solution du problème

$$\omega = 31,4 \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 = 106,8 \text{ s}^{-1} \quad \omega_1 = 106,7 \text{ s}^{-1}$$

$$\beta = \frac{5}{17} = 0,294 \quad \lambda = 5,34 \text{ s}^{-1} \quad \mu = 1,094$$

$$\xi = 1,0013 \quad \varphi = 0,032 \quad \varphi_1 = 0,060$$

$$x(t) = x'(t) + x''(t)$$

$$= \cos(31,4 t - 0,032)$$

$$- 1,0013 e^{-5,34 t} \cos(106,7 t - 0,060)$$

